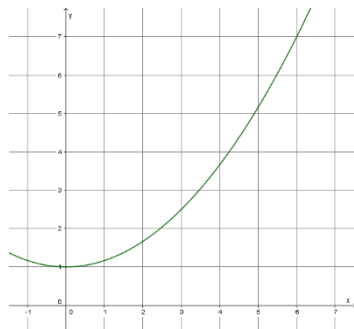
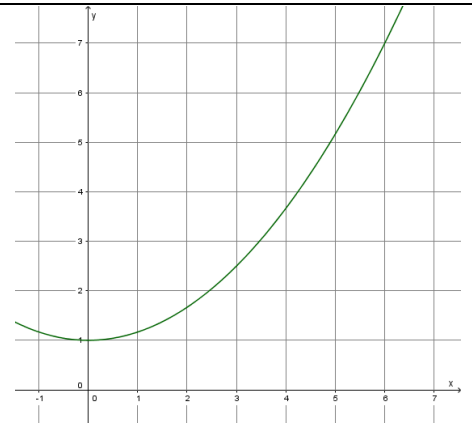


Ober- und Untersumme

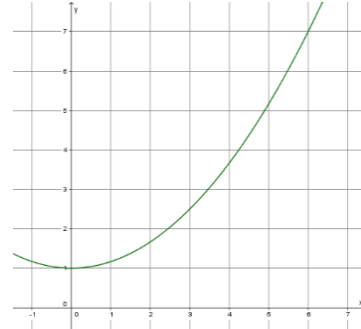
Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + 1$

Bestimme die Fläche im Intervall $I = [0 ; 6]$, die von der Funktion und der x-Achse eingeschlossen wird.

Bestimme die Fläche möglichst genau:

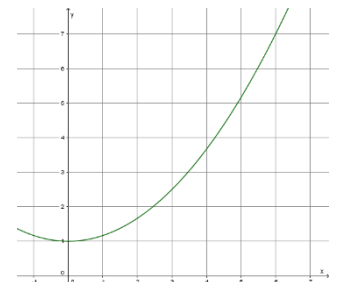


Untersumme

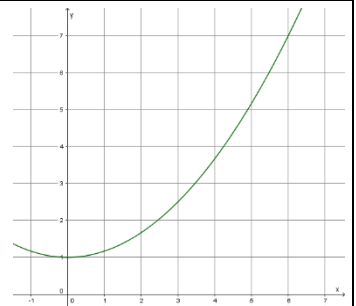


Obersumme

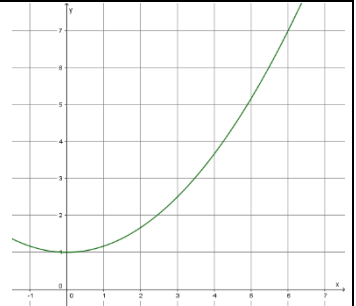
Untersumme mit $n = 2$



Untersumme mit $n = 3$



Untersumme mit $n = 6$



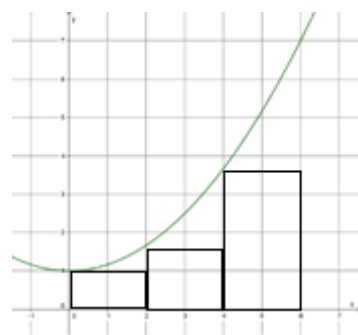
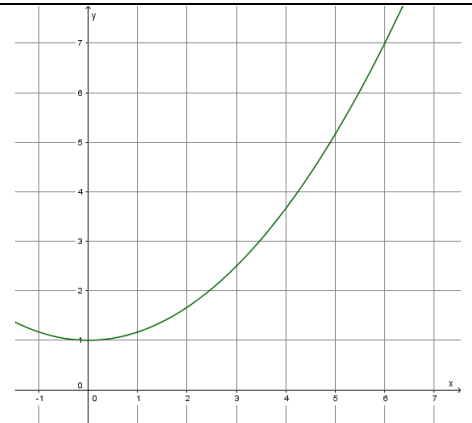
Untersumme allgemein:

Ober- und Untersumme

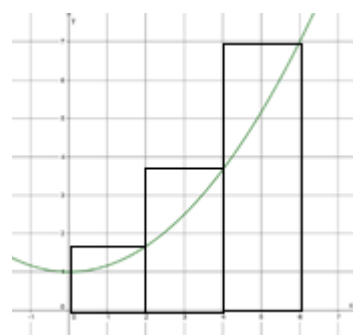
Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + 1$

Bestimme die Fläche im Intervall $I = [0; 6]$, die von der Funktion und der x-Achse eingeschlossen wird.

Bestimme die Fläche möglichst genau:



Untersumme



Obersumme

Untersumme mit $n = 2$

$$A_n = \frac{6}{2} \cdot \left(0 \cdot \frac{6}{2}\right)^2 + 1 + \frac{6}{2} \cdot \left(1 \cdot \frac{6}{2}\right)^2 + 1$$

$$A_n = 3 \cdot (0 \cdot 3)^2 + 1 + 3 \cdot (1 \cdot 3)^2 + 1$$

$$A_n = 3 \cdot [(0 \cdot 3)^2 + 1 + (1 \cdot 3)^2 + 1]$$

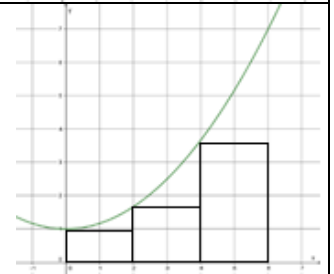


Untersumme mit $n = 3$

$$A_n = \frac{6}{3} \cdot \left(0 \cdot \frac{6}{3}\right)^2 + 1 + \frac{6}{3} \cdot \left(1 \cdot \frac{6}{3}\right)^2 + 1 + \frac{6}{3} \cdot \left(2 \cdot \frac{6}{3}\right)^2 + 1$$

$$A_n = 2 \cdot (0 \cdot 2)^2 + 1 + 2 \cdot (1 \cdot 2)^2 + 1 + 2 \cdot (2 \cdot 2)^2 + 1$$

$$A_n = 2 \cdot [(0 \cdot 2)^2 + 1 + (1 \cdot 2)^2 + 1 + (2 \cdot 2)^2 + 1]$$

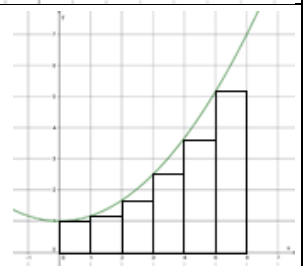


Untersumme mit $n = 6$

$$A_n = \frac{6}{6} \cdot \left(0 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1 + \frac{6}{6} \cdot \left(1 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1 + \frac{6}{6} \cdot \left(2 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1$$

$$+ \frac{6}{6} \cdot \left(3 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1 + \frac{6}{6} \cdot \left(4 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1 + \frac{6}{6} \cdot \left(5 \cdot \frac{6}{6}\right)^2 + 1$$

$$A_n = 1 \cdot [(0 \cdot 1)^2 + 1 + (1 \cdot 1)^2 + 1 + (2 \cdot 1)^2 + 1 + (3 \cdot 1)^2 + 1 + (4 \cdot 1)^2 + 1 + (5 \cdot 1)^2 + 1]$$



Untersumme allgemein: $n \rightarrow \infty$

$$A_n = \frac{6}{n} \cdot \left(0 \cdot \frac{6}{n}\right)^2 + 1 + \frac{6}{n} \cdot \left(1 \cdot \frac{6}{n}\right)^2 + 1 + \frac{1}{n} \cdot \left(2 \cdot \frac{6}{n}\right)^2 + 1 + \frac{1}{n} \cdot \left(3 \cdot \frac{6}{n}\right)^2 + 1 + \dots + \frac{1}{n} \cdot \left((n-1) \cdot \frac{6}{n}\right)^2 + 1$$

$$A_n = \frac{6}{n} \cdot \left[(0 \cdot \frac{6}{n})^2 + 1 + (1 \cdot \frac{6}{n})^2 + 1 + (2 \cdot \frac{6}{n})^2 + 1 + (3 \cdot \frac{6}{n})^2 + 1 + \dots + ((n-1) \cdot \frac{6}{n})^2 + 1\right]$$

